GENELLEŞTİRİLMİŞ BİRBİRİNE BAĞLI BENZER SİSTEMLER: DAĞITILMIŞ ÇIKIŞ TAKİP KONTROLÜ

Georgi Dimirovski[1&2], *Dilek Tükel*[1]

[1]Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü
Doğuş Üniversitesi, İstanbul
dtukel@dogus.edu.tr

[2]Inst. Of ASE, Inst. of ASE, Faculty of Electrical Eng. & Information Technologies,
SS Cyril &Methodius University, MK-1000 Skopje, Rep. of Macedonia
gdimirovski@dogus.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada yapısında benzerlikler taşıyan genelleştirilmiş birbiriyle bağlantılı sistemlerin dağıtılmış takip kontrolü, doğrusal tanımlayıcı modeller yardımıyla incelenmiş ve çözülmüştür. Bağlantıların ve alt sistemlerin doğrusal olmadığı ve yapısal belirsizliklere sahip olduğu kabul edilmiştir. Tasarlanan dayanıklı kontrolörlerle, birbirine bağlı alt sistemlerden oluşan bu sistem referansı asimptotik olarak izler, ayrıca kontrol edilen sistemde darbe etkisi görülmez. Takip kontrolörlerin yapıları birbirlerine benzerlik gösterirler, bu sayede gerçeklemesi, yok edilmesi ve tekrar üretilmesi oldukça kolaydır. Bu çalışmanın sonucu, genelleştirilmiş sistemlerin benzerliği varsayımı üzerine kurulmuştur.

1. Giriş

Genelleştirilmiş birbirine bağlı sistemler, belirsizlikler de içerebilen doğrusal veya doğrusal olmayan alt sistemlerden oluşmuştur. Bunu, geniş ölçekli sistemlerin özel bir durumu olarak kabul edebiliriz. Genelleştirilmiş bağlı sistemlerin benzerliği konusunda referans olabilecek çok fazla çalışma yoktur. Buna karşılık doğrusal olmayan ve simetrik sistemler ilgili çalışmalara [1], [2], [3] ve [4] referanslarını gösterebiliriz. Uygulama alanları ile ilgili [5], [6], [7] ve [8] referansları mevcuttur. Geniş ölçekli sistemler ve tasarım yöntemleri ile ilgili de ayrıntılı çalışmalar [6] vardır. Bu tip sistemlerin birçoğunda simetri ve tekrar mevcuttur.

Birbirine bağlı benzer sistemler, dünyamızda doğal olarak meydana gelir ([6], [7], [8] ve [9]). Gerçek karmaşık sistemleri ve özelliklerini anlamak [1] açıklandığı gibi bize en iyi denetleyici tasarımında ve uygulamasında yol gösterecektir. Dağıtılmış denetleyici tasarımı hakkında birçok çalışmada belirsizlik içeren büyük ölçekli sistemlerin, modellerdeki belirsizliklerin [10], [11], [12], [13] ve [14] çalışmalarında belirtildiği gibi, sınırlı olduğu kabul edilmiştir. Denetleyicinin tasarımı, bu sınırlar üzerine inşa edilmiştir. Gerçek sistemlerde, belirsizliğin sınırlarını tahmin etmek oldukça zordur. Aynı şekilde geniş ölçekli sistemlerde alt sistemler arasında ki ilişki hakkında da ki bilgide sınırlıdır. Eğer, belirsizlik sınırları öngördüğümüz sınırları aşarsa, tasarladığımız kontrolörlün kararlılığını garanti edemeyiz. Eğer öngördüğümüz sınırlar, gerçektekinden çok daha büyük olursa, kararlılığı garantilerken bu defada yüksek kontrol kazançlarından dolayı, denetleyicimiz ekonomik olmayacaktır. Büyük ölçekli sistemlere, boyutu bilinmeyen belirsizlikler [10] de ayrıntılı olarak incelenmiş, Ricatti yöntemiyle tasarlanan doğrusal olmayan denetleyici ile doğrusal zamanla değişen belirsiz geniş ölçekli sistemde kararlılık sağlanırken giriş kazancında ki belirsizlikler hesaba katılmamıştır.

Çalışmamızda, benzerlikler taşıyan genelleştirilmiş bağlantılı sistemlerin dağıtılmış takip kontrolü, benzerlik ve doğrusal olmayan belirsizlik içeren tanımlayıcı modeller yardımıyla incelenmiştir. Her alt sistem, kendi içinde yapısal belirsizlikler içerebilmektedir. Dağıtılmış kontroller tasarlanmış ve yeni bir teori ispatlanmıştır. Bunu yaparken genelleştirilmiş tanımlayıcılar için Dai'nin [5] çalışması, dayanıklı takip için [15] ve bağlantılı sistemlerin benzerliği için [1] ve [4] çalışmaları referans olarak alınmıştır.

Dayanıklı çıkış takip kontrolörleri, darbe etkilerinden etkilenmeden, referans sinyalini asimptotik olarak takip edebilmek üzerine tasarlanır. Bu denetleyiciler, benzerlik ihtiva ettiği için gerçeklemesi ve yok edilmiş denetleyiciler içinse tekrar üretilebilmesi oldukça kolay olmaktadır. Doğrusal olmayan sistemler için takip kontrol analizi ve tasarımı ve analizine de katkıda bulunmaktadır.

2. Problemin Tanımı ve Formülasyonu

Doğrusal olmayan bağlantılı sistemin modeli, bir başka ifade tarzı ile benzer yapılı genelleştirilmiş sistem betimleyicisini aşağıda ki gibi yazabiliriz.

$$\begin{cases} E\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i + \Delta F_i(x_i,t) + \Delta H_i(\bar{x}_i,t) \\ y_i = Cx_i \qquad\qquad i = 1,2,\ldots,n \end{cases} \tag{1}$$

Denklem (1) de ki değişkenler:

$x_i \in R^n, u_i \in R^m, y_i \in R^k$: i-ıncı durum, kontrol giriş ve çıkışı

$E, A \in R^{nxn}, B \in R^{nxm}, C \in R^{kxn}$:matrisleri sabit ve

rank(E) < n

$\Delta F_i(x_i,t)$:i- ıncı alt-sistemin yapısal belirsizliği

$\bar{x}_i = col(x_1, x_2, \cdots x_{i-1}, x_i, \cdots x_n)$,

$\Delta H_i(\bar{x}_i, t)$: doğrusal olmayan bağlantılardaki belirsizliktir.

Fiziksel nedenlerle ve genelleştirilmiş alt sistemin düzenli olduğunu kabul edersek, aşağıdaki bağıntıyı yazabiliriz.

$\Delta F_i(0,t) = 0, \Delta H_i(0,t) = 0, i = 1,2,\cdots,n$

Bu varsayımımız, alt-sistem seviyesinde çözümün varlığını ve tekliğini anlamına gelmektedir.

Tanım 1: Genelleştirilmiş sistem betimleyici

$$\begin{cases} E\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i \\ y_i = Cx_i \quad i = 1,2,\cdots,n \end{cases} \tag{2}$$

Yukardaki denklem, denklem (1) ki i-ıncı alt-sistemin nominal(itibari) gösterimidir. (E,A,B,C) matrisleri ise uygulamalarda gerçeklenen halidir.

Bu bildiride, denklem (1) de ki bağlantılı genelleştirilmiş sistem, alt-sistemlerinin hepsi aynı lineer gösterime (E,A,B,C,D) sahip olduğundan, benzer yapılara sahip olacaktır. Bu yapı [1] ve [4] de önerilen benzerlik yapısının uzantısıdır. Benzerlik mimarisinin özellikleri kullanılarak n dayanıklı denetleyici bir araya getirilerek sentezi yapılacaktır. Bu kontrol yapısı çözümü, darbe etkisine (bu etki sistemleri kararsız yapabilir) sahip herhangi bir kontrol sistemi olmadığını garanti etmektir, ve n çıkış asimptotik olarak referans sinyali $w_i(t)$ takip etmektedir.

Çalışmamızda, standart izleme problemlerinde bilinen $\tilde{x}_i(0)$ başlangıç durumu için n boyutlu sistemin model gösterimi, çözüm için genelleştirilmiş bağlantılı benzer sistem denetleyici tasarım problemimize uyarlanmıştır.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = \tilde{A}\tilde{x}_i \\ w_i = \tilde{C}\tilde{x}_i \end{cases} \tag{3}$$

$\tilde{A}, \tilde{C}$ Sabit matrisler, w_i referans sinyali, x_i durum vektörüdür.

3. Çıkış İzleme Denetleyicisi

Ele alınan bağlantılı sistem sınıfı için (1) ve referans model (3) için beş varsayım da bulunabiliriz.

Varsayım 1: Referans durum uzay modelinin (3) bütün durum değişkenleri için sınırlıdır. ($\|\tilde{x}_i\| \le M$ bir başka deyişle kesin artı sayı M in var olduğu)

Bu kararlı bir izleme denetimi olabilmesi için gerekli koşuldur.

Varsayım 2: Aşağıda ki denklemi sağlayacak G, L matrisinin varlığı.

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} EG\tilde{A} \\ \tilde{C} \end{pmatrix}$$

Bu denkliğin anlamı alt-sistemler(1) ve referans modeller arasında belirli bir bağlantı olduğudur. Bu varsayımın ayrıntısı takip denetim tasarımı sırasında anlatılacaktır.

Varsayım 3: Doğrusal olmayan belirsizlikler, her alt sistemi giriş geçiş yolları ile etkiler.

$\Delta F_i(\bar{x}_i, t) = B\Delta f_i(\bar{x}_i, t)$, $\Delta H_i(\bar{x}_i, t) = B\Delta h_i(\bar{x}_i, t)$.

Varsayım 4: Aşağıdaki eşitsizlikleri gerçekleyen fonksiyonlar $\rho_i(x_i, \tilde{x}_i)$, $\eta_i(x_i, \tilde{x}_i)$ ve devamlı fonksiyonların C(.), D(.) var olduğu.

$C(0) = 0$

$$\|\Delta f_i(x_i, t)\| \le \rho_i(x_i, \tilde{x}_i) \le C[E(x_i - G\tilde{x}_i)] \tag{4}$$

$D(0) = 0$

$$\|\Delta h_i(\bar{x}_i, t)\| \le \eta_i(x_i, \tilde{x}_i) \le D[E(x_i - G\tilde{x}_i)] \tag{5}$$

C(.) ve D(.) devamlı fonksiyonlarının varlığı varsayımı izleme denetimi için biraz daha özel bir karmaşıklığı gösterir. Bu varsayım, bu türde ki genelleştirilmiş sistemlerinin yanı sıra geniş ölçekli sistemlerinin analizi ve tasarımında da kullanılır.

Varsayım 5: (E,A,B,C) kararlı ve darbe denetlenebilir sistem oluşturur. Darbe denetlenebilirlik, sistemin(1) asimptotik izleme kararlığı için gerekli koşuldur.
V5 sayesinde, mxn K matrisi ve nxn tekil olmayan T, S matrisinin varlığının öngörebiliz.

$$TES = \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \; T(A+BK)S = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & I_{n-r} \end{pmatrix} \tag{6}$$

R=rank(E) ve A_1 kararlıdır. Böylece Lyapunov denklemini kesin artı tanımlı r boyutlu her hangi bir Q matrisi için yazabiliriz.

$$A_1^T P + PA_1 = -Q \tag{7}$$

P, kesin artı tanımlı çözümdür. Ayrıca, T ve S matrislerini T1, S1 rxn alt matrislerine ayırabiliriz.

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} \qquad S^{-1} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} \tag{8}$$

Teorem 1: Varsayım 1-Varsayım 4 göre, aşağıdaki dayanıklı kontrol çözümü vardır.

$$u_i = u_i^1 + u_i^2 + u_i^3 \,, \quad i = 1,2,\cdots,N \tag{9}$$

$$u_i^1 = Kx_i + (H - KG)\tilde{x}_i$$

$$u_i^2 = \begin{cases} -\dfrac{B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)}{\left\|B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)\right\|}\rho_i(x_i, \tilde{x}_i) & \text{if} \quad B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i) \neq 0 \\ 0 & \text{if} \quad B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i) = 0 \end{cases} \tag{10}$$

$$u_i^3 = \begin{cases} -\dfrac{B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)}{\left\|B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)\right\|}\eta_i(x_i, \tilde{x}_i) & \text{if} \quad B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i) \neq 0 \\ 0 & \text{if} \quad B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i) = 0 \end{cases} \tag{11}$$

K, T_1, S_1, P_1 denklem(6),(8) ve (7) de ki gibidir.

a) Kapalı çevrim sistemin u_1 ve genelleştirilmiş sistemin (1) darbe etkisi yoktur.

b) $y_i(t)$ çıkışı referans sinyali $w_i(t)$ asimptotik olarak izlemektedir.

c) Kapalı çevrim sisteminin durum değişkenleri ve geneleştirilmiş sistem(1) her zaman sınırlıdır.

İspat:

Varsayım (3) göre, kapalı çevrim sistem (1) ve u_i aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\begin{aligned} E\dot{x}_i &= Ax_i + B[u_i^1 + u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t) + u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t)] \\ &= (A + BK)x_i + B[(H - KG)\tilde{x}_i + \\ &\quad (u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + (u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t))] \end{aligned} \tag{12}$$

n yeni değişkeni aşağıda ki gibi tanımlarsak

$$z_i = x_i - G\tilde{x}_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n.$$

ve Varsayım (2) ve (3) kullanarak aşağıdaki hata dinamiğini gösteren denklem setini türetebiliriz.

$$E\dot{z}_i = (A + BK)z_i + B[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + (u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t))], \quad i = 1, 2, \cdots, n. \tag{13}$$

Denklem (8) kullanılarak, aşağıdaki dönüşümü yazılabilir.

$$\begin{pmatrix} z_{i(1)}(t) \\ z_{i(2)}(t) \end{pmatrix} = S^{-1}z_i = \begin{pmatrix} S_i \\ S_2 \end{pmatrix} z_i, \tag{14}$$

Bu denklemi tekil olmayan aşağıda ki T matrisi ile soldan çarptığımızda

$$\begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{z}_{i(1)} \\ \dot{z}_{i(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & I_{n-r} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_{i(1)} \\ z_{i(2)} \end{pmatrix} + TB[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + (u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t))]$$

Düzenlersek:

$$\dot{z}_{i(1)} = A_1 z_{i(1)} + T_1 B[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + (u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t))] \tag{15}$$

$$0 = z_{i(2)} + T_2 B[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + (u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t))] \tag{16}$$

Sistemde (13) ve referans sinyal sisteminin de (3) darbe etkisi yoktur. Buna göre $x_i = z_i + G\tilde{x}_i$ de darbe etkisi yoktur. (15) için kesin artı bir fonksiyon tanımlarsak

$$V(z_{i(1)}) = z_{i(1)}^T P z_{i(1)}$$

(7), (9), (10) ve (14) kullanarak aşağıda ki denklemleri elde ederiz.

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_{i(1)}) &= z_{i(1)}^T(A_1^T P + PA_1)z_{i(1)} + 2z_{i(1)}^T PT_1 B[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + \\ &\quad (u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t))] \\ &= -z_{i(1)}^T Q z_{i(1)} + 2z_{i(1)}^T PT_1 B[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + (u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t))] \\ &= -z_{i(1)}^T Q z_{i(1)} + 2(x_i - G\tilde{x}_i)^T S_1^T PT_1 B[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) \\ &\quad + (u_i^3 + \Delta h_i(\overline{x}_i, t))] \end{aligned} \tag{17}$$

Eğer $B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i) = 0$ ise,

$(x_i - G\tilde{x}_i)^T S_1^T PT_1 B[u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)] = 0$;

değilse

$$B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i) \neq 0$$

Denklem (10) kullanarak

$$\begin{aligned} &(x_i - G\tilde{x}_i)^T S_1^T PT_1 B[u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)] \\ &= (x_i - G\tilde{x}_i)^T S_1^T PT_1 B[-\frac{B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)}{\left\|B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)\right\|}\rho_i(x_i, \tilde{x}_i) + \Delta f_i(x_i, t)] \\ &= -\left\|B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)\right\|\rho_i(x_i, \tilde{x}_i) + (x_i - G\tilde{x}_i)^T S_1^T PT_1 B\Delta f_i(x_i, t) \\ &\leq -\left\|B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)\right\|\rho_i(x_i, \tilde{x}_i) + \left\|B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)\right\| \cdot \left\|\Delta f_i(x_i, t)\right\| \\ &\leq -\left\|B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)\right\|\rho_i(x_i, \tilde{x}_i) + \left\|B^T T_1^T PS_1(x_i - G\tilde{x}_i)\right\|\rho_i(x_i, \tilde{x}_i) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Ve sonunda aşağıda ki eşitsizliği yazabiliriz.

$$2(x_i - G\tilde{x}_i)^T S_1^T P T_1 B[u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)] \leq 0 \,. \tag{18}$$

Denklem (11) kullanarak ve aynı sırayı izlersek de aşağıdaki eşitsizliğe (19) ulaşırız.

$$2(x_i - G\tilde{x}_i)^T S_1^T P T_1 B[u_i^3 + \Delta h_i(\tilde{x}_i, t)] \leq 0 \,. \tag{19}$$

Q kesin artı tanımlı olduğu için, denklem (17),(18) ve (19) ve $\dot{V}(z_{i(1)}) \leq 0$,ve $\dot{V}(z_{i(1)}) = 0$ olması için tek koşulun $z_{i(1)} = 0$ olması gerektiğinden $\dot{V}(z_{i(1)})$ negatif tanımlı bir fonksiyon olduğu sonucuna varabiliriz.

$$\lim_{t\to+\infty} z_{i(1)}(t) = 0 \tag{20}$$

Denklem (6) yı kullanırsak

$$E(x_i - G\tilde{x}_i) = T^{-1} \cdot TES \cdot S^{-1} z_i = T^{-1}\begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_{i(1)} \\ z_{i(2)} \end{pmatrix} = T^{-1}\begin{pmatrix} z_{i(1)} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Zaman sonsuza giderken ki limitini aşağıda ki şekilde yazabiliriz.

$$\begin{aligned} \lim_{t\to+\infty} E(x_i - G\tilde{x}_i) &= \lim_{t\to+\infty} T^{-1}\begin{pmatrix} z_{i(1)}(t) \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= T^{-1}\begin{pmatrix} \lim_{t\to+\infty} z_{i(1)}(t) \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \end{aligned} \tag{21}$$

Denklem (16) yı tekrar yazarsak

$$z_{i(2)}(t) = -T_2 B[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + (u_i^3 + \Delta h_i(\tilde{x}_i, t))] \,,$$

Varsayım 4 kullanırsak:

$$\begin{aligned} \left\| z_{i(2)}(t) \right\| &= \left\| -T_2 B[(u_i^2 + \Delta f_i(x_i, t)) + (u_i^3 + \Delta h_i(\tilde{x}_i, t))] \right\| \\ &\leq \left\| T_2 B \right\| \cdot \left(\left\| u_i^2 \right\| + \left\| \Delta f_i(x_i, t) \right\| + \left\| u_i^3 \right\| + \left\| \Delta h_i(\tilde{x}_i, t) \right\| \right) \\ &\leq 2\left\| T_2 B \right\| \cdot [\rho_i(x_i, \tilde{x}_i) + \eta_i(x_i, \tilde{x}_i)] \\ &\leq 2\left\| T_2 B \right\| \cdot \{C[E(x_i - G\tilde{x}_i)] + D[E(x_i - G\tilde{x}_i)]\} \,. \end{aligned}$$

C(.) ve D(.) devamlı fonksiyonlarlar olduğunu hatırlayarak, (21) denklemi kullanarak,

$$\begin{aligned} \lim_{t\to+\infty} \left\| z_{i(2)}(t) \right\| &\leq 2\left\| T_2 B \right\| \cdot \lim_{t\to+\infty} \{C[E(x_i - G\tilde{x}_i)] + D[E(x_i - G\tilde{x}_i)]\} \\ &= 2\left\| T_2 B \right\| \cdot \{C[\lim_{t\to+\infty} E(x_i - G\tilde{x}_i)] + D[\lim_{t\to+\infty} E(x_i - G\tilde{x}_i)]\} \\ &= 2\left\| T_2 B \right\| \cdot [C(0) + D(0)] = 0 \end{aligned}$$

$$\lim_{t\to+\infty} z_{i(2)}(t) = 0 \,. \tag{22}$$

(14), (20) ve (22) denklemler aşağıdaki sonuca ulaştırır.

$$\lim_{t\to+\infty} z_i(t) = \lim_{t\to+\infty} S\begin{pmatrix} z_{i(1)}(t) \\ z_{i(2)}(t) \end{pmatrix} = 0 \tag{23}$$

ve

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to+\infty} [y_i(t) - w_i(t)] = \lim_{t\to+\infty} [Cx_i(t) - \tilde{C}\tilde{x}_i(t)] \\ &= \lim_{t\to+\infty} [Cx_i(t) - CG\tilde{x}_i(t)] = \lim_{t\to+\infty} Cz_i(t) = 0 \,. \end{aligned}$$

Varsayım A1 ve Denklem (23), $\tilde{x}$ ve z_i sınırları olduğu için $z_i = x_i - G\tilde{x}_i$, $i = 1,2,\cdots,n$, x_i sınırlı olduğu kolayca anlaşılır. Bu noktada ispatımız tamamlanmıştır.

Açıklama : (9) da sentezlenen bütün denetleyiciler üç analitik bileşen çözümünden oluşmaktadır.

Birinci bileşen

$$u_i^1 = Kx_i + (H - KG)\tilde{x}_i$$

basit doğrusal denetleyicidir.

İkinci bileşen

$$u_i^2 = \begin{cases} -\dfrac{B^T T_1^T P S_1(x_i - G\tilde{x}_i)}{\left\| B^T T_1^T P S_1(x_i - G\tilde{x}_i) \right\|}\rho_i(x_i, \tilde{x}_i) & B^T T_1^T P S_1(x_i - G\tilde{x}_i) \neq 0 \\ 0 & B^T T_1^T P S_1(x_i - G\tilde{x}_i) = 0 \end{cases}$$

ve üçüncü bileşeni de aşağıda ki gibi formüle edebiliriz.

$$u_i^3 = \begin{cases} -\dfrac{B^T T_1^T P S_1(x_i - G\tilde{x}_i)}{\left\| B^T T_1^T P S_1(x_i - G\tilde{x}_i) \right\|}\eta_i(x_i, \tilde{x}_i) & B^T T_1^T P S_1(x_i - G\tilde{x}_i) \neq 0 \\ 0 & B^T T_1^T P S_1(x_i - G\tilde{x}_i) = 0 \end{cases}$$

Görüldüğü gibi doğrusal olmayan denetleyicimiz mantık tabanlı anahtarlama içermektedir. Denetleyicimi sentezlediğimizde kontrol yapısına bu yapı taşınacaktır.

Kontrol u_i^1 , i=1,2,..,n aynı doğrusal yapıya sahipken, u_i^2 ve u_i^3 , aynı B, T_1, S_1, G matrislerini ihtiva eder ve aynı benzerlik yapısına sahiptirler. Buradan bütün kontrol sinyalleri u_i aynı benzerlikte olduğu sonucuna varabiliriz. Görüldüğü üzere, kontrol altyapısı bu şekilde gerçekleştirerek, bir bilgisayar kontrol algoritması şeklinde yazabiliriz. K, H, B, T_1, S_1, G kullanarak yok edilmiş kontrol sinyallerini tekrar oluşturabiliriz. Bu özellik, önerilen merkezi olmayan geri beslemeli kontrol yapısına dayanıklılık özelliği sağlayarak algoritmayı iyileştirir. Ayrıca, u_i^2 ve u_i^3 ile gerçekleştirilen mantık kontrollü anahtarlamalı[16],[17],[18],[19] kontrolle kontrolörümüz daha iyi sonuçlar verecektir

5. Sonuçlar

Doğrusal benzer yapılardan oluşan, genelleştirilmiş sistem betimleyicisi modellenebilen, doğrusal olmayan bağlantılı sistemler için merkezi olmayan çıkış takip denetleyicisinin sentezi yapılarak, analitik çözümü elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, birbirine benzerlik gösteren ve bağlı alt sistemler için olduğu halde, genelleştirilmiş bağlantılı sistemlere de uygulanabilir. Bu bildiri, genelleştirilmiş bağlantılı sistemlerin, tasarlanan dayanıklı dağıtık denetleyicilerinin de benzer yapılar içerdiğini göstermiştir. Genelleştirilmiş bağlantılı sistemlerin takip kontrolünün gerçekleyebilecek olan kontrolün yapısı ve sentezi oluşturularak, bağlantılardaki belirsizlikler basitleştirilmiştir. Kompleks sistemler, benzerlik ve simetri özellikleri ile incelenmiştir.

Kaynakça

[1] C. Bing, S. Zhang, "Decentralized robust stabilization via estimated state feedback for a class of nonlinear interconnected systems with similarity." In: Preprints of the IFAC Symposium on Large Scales Systems LSS1998, Beijing, CN, July 4-6. The IFAC and Chinese Association of Automation, Beijing, CN, 1998.

[2] J.W. Grizzle, S.I. Markus, "The structure of nonlinear control systems possessing symmetries." IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 29, pp. 248-256, 1984.

[3] S.-Y. Zhang, "Structures of symmetry and similarity in complex systems." Control Theory & Applications, vol. 11, no. 2, pp. 231-237, 1994.

[4] G.H. Yang, S.-Y. Zhang, "Stabilizing controllers for uncertain symmetric composite systems." Automatica, vol. 31, pp. 337-340, 1995.

[5] L. Dai, *Singular Control Systems*, Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 1989.

[6] D.D. Siljak, *Decentralized Control of Complex Systems, Academic Press*, Cambridge, MA, 1991.

[7] D.D. Siljak, A.I. Zecevic, "Control of large-scale systems: Beyond decentralized feedback." Annual Reviews in Control, vol. 29, pp. 169-179, 2005.

[8] M. Ilic, J. Zaborszky, *Dynamics and Control of Large Electric Power Systems*. J. Wiley, New York, NY, 2000.

[9] A.I. Zecevic, D.D. Siljak, *Control of Complex Systems: Structural Constraints and Uncertainties*. Springer, New York Dordrecht Heidelberg London, 2010.

[10] Z. Gong, "Decentralized robust control of uncertain interconnected system with prescribed degree of exponential convergence", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 40, pp. 704-707, 1995.

[11] Z. Gong, C. Wen, D.P. Mital, "Decentralized robust controller design for a class of interconnected uncertain systems: with unknown bound of uncertainty." IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 41, pp. 850-854, 1996.

[12] M Ikeda, D. D. Silijak, "Decentralized stabilization of linear time-varying systems." IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 25, pp. 106-107, 1980.

[13] M. Ikeda, D. D. Siljak, D.E. White, "An inclusion principle for dynamic systems." IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 29, pp. 244-249, 1984.

[14] M. Ikeda, D. D. Silijak, "Overlapping decentralized control with input, state and output inclusion." Control Theory & Advanced Technology, vol. 2, pp. 155-172, 1986.

[15] T. H. Hopp, W. E Schmitendorf., "Design of a linear controller for robust tracking and model following," ASME J. of Dynamic Systems, Measurement & Control, vol. 11, no. 2, pp. 552-558, 1990.

[16] D. Liberzon, *Switching in Systems and Control*. Birkhauser, Boston, MA, 2003.

[17] L.-L. Li, J. Zhao, G.M. Dimirovski, "Robust H-inf control for a class of switched nonlinear systems with neutral uncertainties." Trans. of the Institute of Measurement & Control, special issue on Switched Dynamical Systems, vol. 32, pp. 635-659, 2010.

[18] M. Wang, J. Zhao, G.M. Dimirovski, "Dynamics of output feedback robust H-inf control of uncertain switched nonlinear systems." Intl. J. of Control, Automation & Systems, vol. vol. 9, pp. 1-8, 2011.

[19] R. Wang, J. Zhao, G.M. Dimirovski, G.-P.Liu, "Output feedback control for uncertain linear systems with faulty actuators based on a switching method." Intl. J. of Robust & Nonlinear Control, vol. 19, pp. 1295-1312, 2009.